

Und auch die Festlegung der Grenzen der griechischen Sprache, wie sie sich etwa in der Auffassung der Zahlen oder in den Aktionsarten des Verbums gezeigt haben, ist nicht so aufzufassen, als ob die ganze Begriffsbildung der griechischen Naturwissenschaft nun eigentlich schon in der griechischen Sprache gegeben sei. Wir lernen aber doch, wie der Begriffsbildung durch die Sprache eine bestimmte Richtung gewiesen ist. Und darin liegt — wenn ich zum Schluß als Philologe noch auf die weiteren Zusammenhänge hinweisen darf, — die gleiche Grundtatsache, daß alle sprachlichen Formen „Bedeutung“ haben, daß in ihnen ein Sinn liegt, der erst in der mühsamen Arbeit des Denkens in das klare Licht des Wissens erhoben wird. So muß denn auch schon in der Sprache die Struktur des menschlichen Geistes angelegt sein, die sich erst voll entfaltet in der Entwicklung der menschlichen Rede und schließlich im philosophischen Denken. Das naturwissenschaftliche Denken stellt dabei nur eine der Formen dar, die in der Sprache angelegt sind, aber keine andere ist im menschlichen Denken so konsequent entwickelt worden wie diese, so daß keine andere Begriffsbildung sich soweit von der gesprochenen Sprache entfernt hat. Aber wie die naturwissenschaftliche Begriffsbildung herausgewachsen ist aus dem Boden der Sprache, und welche Wurzeln sie stets mit ihm verknüpfen, läßt sich kaum anders deutlich machen als an der griechischen Sprache, da das Griechische in der Naturwissenschaft — aber auch in den anderen Formen des Denkens — den Logos aus der Sprache entbunden hat.

## ENTGEGNUNG

Von MORITZ GEIGER, Göttingen

Kurt Reidemeister hat im letzten Heft des Philosophischen Anzeigers einen Aufsatz über „Exaktes Denken“ veröffentlicht, der sich ausführlich kritisch mit meinem Buche über die „Systematische Axiomatik der Euklidischen Geometrie“ beschäftigt. An sich würde ich eine solche Diskussion meiner Anschauungen sehr begrüßen, zumal da sie von einem Befürworter exakten Denkens ausgeht. Allein Herr Reidemeister hat sich von Anfang an wider die Grundprinzipien aller ernsthaften Kritik versündigt: wider das Prinzip, die Anschauungen, gegen die man polemisiert, richtig darzustellen. Statt einer getreuen Wiedergabe hat er meine Anschauungen gerade an den Punkten, an denen er sie einer Kritik unterzieht, derart umgemodelt, daß sie völlig unkenntlich, zum Teil in ihr Gegenteil verwandelt werden. So ist für mich kein Boden für eine fruchtbare Diskussion mit Herrn Reidemeister gegeben. Ich beschränke mich vielmehr darauf, die Hauptpunkte aufzuzählen, an denen Herr Reidemeister meine Anschauungen entstellt hat:

1. Im § 6 seines Aufsatzes (S. 42) kritisiert Herr Reidemeister die Verwendung, die ich von dem Begriff des Postulats — im Unterschied zu dem des Axioms — gemacht habe. Der Begriff des Postulats, den er mir unterschiebt, hat jedoch nichts mit dem Begriffe des Postulats zu tun, den ich in der „Systematischen Axiomatik“ verwende. Das geht ohne weiteres daraus hervor, daß das Beispiel für ein Postulat, das Reidemeister angibt, : „Eine Relation solle transitiv oder sie solle symmetrisch sein“ nicht nur dem Sinne nach für mich nicht Postulat, sondern Axiom ist, sondern daß die beiden Festsetzungen dieses Beispiels in meinem Buche ausdrücklich unter den Axiomen aufgezählt sind. (Ich muß leider darauf verzichten, den wirklichen Unterschied von Postulat und Axiom, wie er für bestimmte Partien meines Buches entscheidend ist, hier darzulegen, da ich dazu weiter ausholen müßte, als es der Rahmen einer bloßen Richtigestellung erlaubt.) Allein Herr Reidemeister hat gerade die Entstellung meiner

Begriffsbildung nötig, weil er nur dadurch imstande ist, mir die unsinnige Konsequenz unterzuschieben, daß ich einen „ähnlichen“ Weg einschlage wie ein Zahlentheoretiker, der „die Zahlen von 1—100 auf Teilbarkeit geprüft und für die Zahlen größer als 100 ein Postulat über die Verteilung der Primzahlen aufgestellt hat, das sich überdies schon im Bereich von 100 bis 200 als falsch erwies.“

2. In § 7 (S. 44) polemisiert Herr Reidemeister gegen eine angebliche Behauptung von mir, daß zwei Dingbereiche, die beide durch eine eindeutige, asymmetrische, komplementäre Relation gekennzeichnet sind, sich „eindeutig auf einander abbilden ließen“. Das Wort „eindeutig“ ist frei erfundene Einschlebung von Herrn Reidemeister. Was von mir behauptet wird, ist, daß alle Gegenstandsbereiche linearer Ordnung (wobei die lineare Ordnung eben durch die eindeutige, asymmetrische, komplementäre Relation, sowie durch gewisse Postulate näher bestimmt ist) sich auf die Punkte einer Geraden abbilden lassen; so lassen sich z. B. die Zahlen von 1 bis 10 auf die Punkte einer Geraden abbilden. Nicht aber ist von mir behauptet worden, daß etwa umgekehrt alle Punkte einer Geraden sich auf die Zahlen 1 bis 10 abbilden ließen, und es folgt auch eine solche Konsequenz aus keiner meiner Behauptungen. Nur die Einschlebung des Wortes „eindeutig“ durch Reidemeister ermöglicht es ihm, die auf S. 44 angeführten absurden Folgerungen zu ziehen.

3. In § 8 gibt Herr Reidemeister als meine Meinung wieder: „Es soll überhaupt niemals ein Tatbestand mit dem logischen Worte „folgt“ geschildert werden, weil das „folgt“ einen nicht wesensmäßigen Richtungssinn in diesen Tatbestand hineintrüge und man Tatbestände nur mit „und“ und „nicht“ schildern dürfe.“

Zunächst: Ich habe niemals und nirgend behauptet, daß man Tatbestände nur mit „nicht“ und „und“ schildern dürfe. Es seien als Gegenbeispiel von Beschreibungen von Tatbeständen durch andere Mittel aus meinem Buch angeführt:

Axiom  $II_1$ : Die Relation (der Inzidenz) ist stets sinnvoll anwendbar gegenüber zwei Elementen verschiedener Elementensysteme.

Axiom  $II_3$ : Die J-Relation ist symmetrisch, d. h. jede Relation ist mit der inversen identisch.

Ferner habe ich niemals behauptet, daß Tatbestände überhaupt nicht mit dem Worte „folgt“ geschildert werden dürfen. Vielmehr sind von mir 1. echte und unechte Schlüsse geschieden worden, und die Forderung des Vermeidens des „folgt“ wurde nur für unechte Schlüsse aufgestellt, d. h. für solche Schlüsse, die nicht das Wesen des Tatbestandes nachzeichnen; und 2. habe ich (auf S. 12 Anmerkung) auch diese Forderung weiterhin noch auf bestimmte Fälle eingeschränkt.

Worum es sich bei meinen Ausführungen, die Reidemeister im Auge hat, handelt, ist folgendes. Es wurde festgestellt: Wenn man als Axiom aufstellt:  $a > b$  und daraus folgert:  $b < a$ ; oder, wenn man als Axiom aufstellt  $b < a$  und daraus folgert  $a > b$ , so trägt man unberechtigterweise eine Folgerungsrichtung in den Tatbestand hinein. Dem Wesen des Tatbestandes entspräche es vielmehr, zu sagen: Es besteht eine asymmetrische Relation  $R(a, b)$  zwischen  $a$  und  $b$ , die von  $a$  aus gesehen lautet  $a > b$ , von  $b$  aus gesehen  $b < a$ . Bei einer Axiomatik, die sich dem Wesen der Sache anschließen will, sind daher solche „unechten“ Schlüsse wie: aus  $a > b$  folgt  $b < a$ , oder aus  $b < a$  folgt  $a > b$  zu vermeiden.

Es soll also einfach eine Folgerungsordnung durch eine sachgemäßere ersetzt werden, aber keineswegs wird verboten, daß überhaupt Folgerungen gezogen werden.

Man lese S. 46f. des vorigen Heftes dieser Zeitschrift nach, was Herr Reidemeister aus diesen Behauptungen gemacht hat. Vor allem: Was meine Behauptungen über das Wesen des Tatbestandes und die durch dies Wesen gesetzte Ordnung mit der zeitlich-psychologischen Ordnung „des Schreibens, Sprechens und Denkens“ zu tun hat, mit der sie Herr Reidemeister in Vergleich setzt — das einzusehen, dazu denke ich nicht „exakt“ genug — im Sinne Reidemeisterscher Exaktheit.

4. In einer früheren Kritik meines Buches in einer mathematischen Zeitschrift hatte Herr Reidemeister behauptet, meine Axiomatik sei auf „Wesenseinsichten“ begründet. Auf einen brieflichen Hinweis, daß „Wesensaxiomatik“ und auf „Wesenseinsichten“ begründete Axiomatik zweierlei sei, und daß in dem ganzen Buche weder dem Wortlaut nach noch dem Sinn nach von Wesenseinsichten gesprochen werde, nahm Herr Reidemeister den Vorwurf zurück. In

der vorliegenden Kritik wird der Vorwurf zwar nicht *expressis verbis* wiederholt, aber versteckt findet er sich auch hier wieder, wenn Herr Reidemeister von „träumerischer Intuition“ spricht und davon, daß die Wesensaxiomatik die Entfernung „sofort“ als Größe zu erkennen glaube.

5. Herr Reidemeister stellt meine „so typische, etwas anspruchsvolle“ Kritik an der technischen Methode der Mathematik in Gegensatz zu dem Formalismus Hilberts. Wie aus dem Vorwort meines Buches sich ergibt, sind meine Untersuchungen nicht als Gegensatz zu denen Hilberts gedacht, sondern als Ergänzung. Daß von Hilbert selbst meine Untersuchungen auch in diesem Sinne aufgefaßt worden sind, geht am besten daraus hervor, daß auf seine Anregung hin in nächster Zeit von einem seiner Mitarbeiter eine Darstellung meiner Anschauungen in den „Mathematischen Annalen“ gegeben werden soll.

Im übrigen läßt sich aus der Zusammenfassung meiner Untersuchungen durch Reidemeister in keiner Weise ihre Absicht erkennen: Er sagt (S. 41): „Das gestellte Problem lautet: Wie läßt sich einsehen, daß die Inzidenzrelation der projektiven und der euklidischen Geometrie eine entscheidungsdefinitive Relation ist?“ — und er wirft mir vor, daß ich dies Problem nicht beantworte. In Wahrheit hat Reidemeister nur dasjenige Problem bezeichnet, das ihn am meisten von den Problemen des Buches interessierte, aber keineswegs dasjenige Problem, das ich mir gestellt habe. Ich gebe ausdrücklich als mein Problem an: „Die Axiome selbst, nicht nur ihre Eignung zur Grundlegung der Geometrie einer besonderen Untersuchung zu unterziehen“ (S. VI), und zwar wird die Aufgabe speziell dahin präzisiert: „Gibt es irgendwelche wesentliche Ordnung im Aufbau der Gebilde des euklidischen Raumes, die durch den Aufbau der deduktiven mathematischen Theorie nachgezeichnet werden kann?“ (S. 12). Ob wohl irgendein Leser der Reidemeisterschen Auseinandersetzung daraus entnommen hat, daß ich von dieser Problemstellung ausgehe?

## SCHLUSSWORT

Von KURT REIDEMEISTER, Königsberg

Zu der vorstehenden Entgegnung wegen Raummangels in diesem Heft nur einige wenige Worte:

1. Was den Ton der Entgegnung angeht, so hoffe ich, der unbefangene Leser wird in der Diktion meines „Exakten Denkens“ nicht den zureichenden Grund für diesen Ton finden. Ich würde das jedenfalls aufs lebhafteste bedauern, zumal ich als Mitarbeiter des Anzeigers mich in besonderem Maße zur Sachlichkeit in Diskussionen verpflichtet fühle. Wenn ich einmal von einer typischen, etwas anspruchsvollen Kritik sprach, so deswegen, weil ich meinte, die Aufweisung eines typischen Zuges möchte nichts persönlich verletzendes haben.

2. Sachlich möchte ich meine Einstellung zu Geigers „Systematischer Axiomatik der euklidischen Geometrie“ zunächst zusammenfassend so präzisieren:

a) Der Ausgangspunkt und die Fragestellung des Buches sind wertvoll und anregend. Zwischen den von mir in § 2 meines Aufsatzes entwickelten Gedanken über den bedeutungsleeren Begriff und Geigers Ausgangsposition scheinen mir viele Berührungspunkte zu bestehen.

b) Die von Geiger entwickelten Methoden zur Bewältigung seiner Fragen sind nach zwei grundlegenden Einsichten der Metamathematik unzureichend; die systematische Axiomatik sieht sich nämlich vor 2 Aufgaben gestellt:

Aufgabe I. Die Lehre von den Postulaten und die Lehre von der Wesensaxiomatik muß einheitlich mit der Lehre von der Widerspruchsfreiheit entwickelt werden.

Aufgabe II. Die systematische Axiomatik muß der Einsicht gerecht werden, daß jedes Relationsgebäude („jede Geometrie“) unendlich viele Sätze enthält.

Die Entgegnung ist auf diese Hauptpunkte nicht eingegangen. Ich halte die Aufweisung der Aufgaben I und II für wertvolle und produktive Kritik. Sie ist der erste Versuch, zwischen systematischer Axiomatik und Metamathematik eine Brücke zu schlagen.